

目指すのは本質の追究

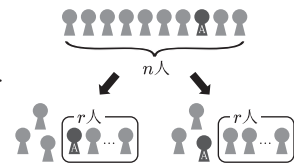
北海道から世界へ phi φ 数理科学専門塾

「知っている」と「理解している」は違う。

問 $nC_r = n-1C_{r-1} + n-1C_r$ を解釈できますか？

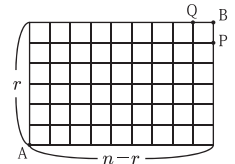
解釈1 n 人から代表 r 人を選ぶとき、以下の (i), (ii) の方法で、その場合の数を求めてみる。

- (i) 総数は nC_r 通り。
- (ii) 特定の A さんを含む場合は残りの $n-1$ 人から $r-1$ 人を選ぶことになるので $n-1C_{r-1}$ 通り。
特定の A さんを含まない場合は残りの $n-1$ 人から r 人を選ぶことになるので $n-1C_r$ 通り。
また、この 2 つの場合で漏れも重複もないので総数は $n-1C_{r-1} + n-1C_r$ 通り。
- (i), (ii) は同じものを数えているので $nC_r = n-1C_{r-1} + n-1C_r$ が成り立つ。



解釈2 点 A から点 B へ最短の経路で向かうとき、以下の (i), (ii) の方法で、その場合の数を求めてみる。

- (i) 総数は nC_r 通り。
- (ii) 点 P を通る場合は A から P への経路の数になるので $n-1C_{r-1}$ 通り。
点 Q を通る場合は A から Q への経路の数になるので $n-1C_r$ 通り。
また、この 2 つの場合で漏れも重複もないので総数は $n-1C_{r-1} + n-1C_r$ 通り。
- (i), (ii) は同じものを数えているので $nC_r = n-1C_{r-1} + n-1C_r$ が成り立つ。



これはパスカルの三角形の根拠にもなっている非常に有名な公式であり、証明も $nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ を用いてできますが、

上のように場合の数として解釈する学び方を強くお勧めします。まず、公式を瞬時に作り出すことができるようになります。また、式の形にとらわれず意味で覚えておくことにより $2nC_n = 2n-1C_{n-1} + 2n-1C_n$ などいちいち公式を経由せずに理解できるようになります。そして、解釈を自分で考えてみるということ自体が場合の数の能力を高めてくれます。 nC_r に関する等式はたくさんあるので是非解釈にチャレンジしてみてください。

問 以下の等式を解釈できますか？

- (1) $nC_0 + nC_1 + nC_2 + \dots + nC_n = 2^n$
- (2) $(nC_0)^2 + (nC_1)^2 + (nC_2)^2 + \dots + (nC_n)^2 = 2nC_n$

夏期講習『場合の数講義』より

解説

phi-jpn.com ▶ 理念 ▶ 掲載広告 ▶ 大学への数学 2015 年 7 月号

phi-φ の講義で扱う問題です。是非トライして私たちが発信しているメッセージを受け取ってください。

夏期講習 7/20 ~

実践的な 演習 0からの 講義	中学生・高校生・受験生 主な開講講座を紹介します。	高3・受験生お勧め 文系数学問題研究 理系数学問題研究 東大京大整数演習 原子物理学講義 有機化学講義II	大学学部生 線形代数入門講義 統計学入門講義
	高2生お勧め 有名トピック研究 理論化学講義 確率講義 力学講義 整数講義I 数列講義 場合の数講義 合同式速習講義	中1・2生お勧め 中3・高1生お勧め	2次曲線講義

申し込み受付中です。講座内容等の詳細については Web サイトをご覧ください。また、「どの講座をとったらいいの？」等、お気軽にご相談ください。

数理科学専門塾 phi

検索

説明会のご案内

phi-φ の教育理念をより多くの方々にご理解いただくため、生徒とその保護者の方を対象に説明会を開催しています。現在は個別に対応していますので、是非お気軽にお問い合わせください。

数理科学専門塾 phi-φ (ファイ)

科目 数学、物理、化学

対象 東大・京大・北大など難関校を志望する高校生、浪人生、および意欲のある中学生を対象とします。また、高校と大学のギャップに苦しむ大学生に対する数理科学の基礎講義も行います。

〒063-0032

北海道札幌市西区西野 2 条 2 丁目 8-11
(地下鉄東西線寒風南駅から徒歩 9 分)

URL: phi-jpn.com

Tel: 011-699-6019

(電話受付 月~土 10:00~18:00)

E-mail: toiawase@phi-jpn.com